بهینه‌سازی پانل ساندویچی با هسته منشوری براساس روش قابلیت اعتماد*

(یادداشت پژوهشی)

عبدالحسین فریدون [۱]		مصطفی محمدیان [۲]		حسین همتیان [۳]

چکیده *امروزه بهینه سازی بر پایه توانایی اعتماد (RBDO) یکی ازمسأله های مهمی است که امکان دستیابی به هم سنگی میان ایمنی بالا و کاهش وزن را فراهم آورده است. با توجه به وجود عدم قطعیت در مسأله‌های مهندسی طرح بهینه سازه باید به گونه ای باشد که توانایی اعتماد سازه از حد مشخصی کمتر نشود. مقاله حاضر به بهینه کردن وزن گونه ای از پانل ساندویچی پرداخته است. نخست مسأله با الگوریتم موروثی حل شده، سپس با استفاده از روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم (RIA)، روش‌تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون (PMA) و روش طراحی فضای مطمئن (RDS) ، وزن پانل با توجه به شاخص توانایی اعتماد موردنظر بهینه شده است.نتیجه‌های به دست آمده از روش‌های فوق‌الذکر و روش الگوریتم موروثی با هم مقایسه شده است. نتیجه ها نشان داد پانل با شمار نیم موج های هسته بیشتر، اگر محدودیت فضائی در طراحی وجود نداشته باشد، در فراهم کردن شاخص توانایی اعتماد به ویژه در بارهای بالاتر کارائی بهتری خواهد داشت.*

واژه‌های کلیدی پانل ساندویچی با هسته منشوری، بهینه سازی بر اساس توانایی اعتماد، الگوریتم موروثی، روش های درجه اول

Reliability-Based Optimization of a Prismatic Core Sandwich Panel

A. Fereidoon		M. Mohammadian		H. Hemmatian

Abstract *Reliability-based design is applied as an important approach to achieve high safety with light weight. In the engineering problems uncertainity should be considered in the design procedures so that the structural reliability is not smaller than a determined value. In this paper, the weight of a sandwich panel is optimized. First, the problem is solved by GA and then the weight is optimized by RIA, PMA and RDS methods based on the reliability indices. The results obtained from the aforementioned methods and GA method are compared. The comparision reveals that the panel with six wavelength core is more effective to obtain a high reliability.*

Key Words Prismatic Core Sandwich Panel, Reliability-based Optimization, GeneticAlgorithm, First Order Methods

---

* نسخه‌ی اول مقاله در تاریخ ۸۷/۶/۱۳ و نسخه‌ی نهایی آن در تاریخ ۸۹/۸/۲۳ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) نویسنده‌ی مسوؤل، دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه سمنان

(۲) دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه سمنان

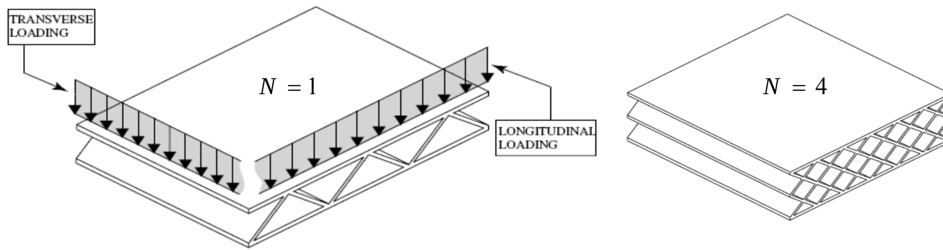
(۳) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه سمنان

مقدمه

پانل‌های‌ساندویچی با هسته‌های منشوری، سازه‌های نوین و مهمی هستند که با روش‌های‌جدید تولید می‌شوند [1]. برخورداری از وزن کم و مقاومت در مقابل بار مشخص، ویژگی است که کاربرد این پانل‌ها را افزایش داده‌است [2]. ویژگی‌های‌دیگری مانند توانایی جذب انرژی، کاربرد در سازه‌های هوشمند، مقاومت صوتی و گرمایی و توانایی خنک‌کاری نیز از موردهایی هستند که باعث افزایش کاربری این سازه‌ها شده است [3].طراحی بهینه‌ی این پانل‌ها از نظر وزن با رعایت قیدهای طراحی مانند تسلیم و کمانش اهمیت ویژه‌ای دارد. الگوریتم موروثی از جمله الگوریتم‌های تکاملی است که در حل مسأله های بهینه‌سازی کاربرد گسترده ای پیدا کرده است. همچنین به دلیل عملکرد مطلوب در فضاهای جستجوی نامعین و استفاده مستقیم از مقدارهای تابع و نیازنداشتن به مشتق آن، کاربری آن رشد فزاینده‌ای در حل مسأله های بهینه‌سازی داشته و در حل مسأله های تک هدفی و چند هدفی کاربرد گسترده ای یافته است. از سوی دیگر نظریه توانایی اعتماد، شاخه ای از نظریه عمومی احتمالات است که دارای چارچوبی منطقی دارد و با حساب کردن و تجزیه و تحلیل عدم قطعیت های ناشی از طبیعت آماری مسایل مهندسی به کمک روش‌های ریاضی، امکان ارزیابی ایمنی واقعی یک سیستم را فراهم می‌سازد. با توجه به اینکه مسایل مهندسی با عدم قطعیت‌های بیشماری (مانند بارهای وارده بر سازه، مقاومت مصالح تشکیل دهنده‌ی سازه و ...) روبرو هستند، طرح بهینه سازه باید به گونه‌ای باشد که توانایی اعتماد سازه از حد مشخصی کمتر نباشد [٤]. در سال‌های اخیرتلاش‌های زیادی جهت گسترش روش های تحلیل توانایی اعتماد در مسأله های بهینه سازی بر اساس توانایی اعتماد (RBDO) و همچنین افزایش دقت در محاسبه احتمال شکست انجام شده است.این روش‌ها به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند [5,6]: دسته اول روش‌های تحلیلی که براساس نقطه با بیشترین احتمال شکست (MPP) هستند وعبارتند از: روش توانایی اعتماد درجه اول (First Order Reliability Method(FORM))، روش توانایی اعتماد درجه دوم (Second Order Reliability Method(SORM)) و روش تقریب تابع چگالی احتمال. روش های اول و دوم احتمال شکست را با تقریب تابع حد حالت با استفاده از بسط درجه اول یا درجه دوم دنباله تیلور در نقطه با بیشترین احتمال شکست (MPP) محاسبه می‌کنند. دسته دوم روش‌های شبیه‌سازی یا نمونه‌گیری مانند روش شبیه‌سازی مونت کارلو (Monte Carlo Simulation(MCS))، روش نمونه‌گیری با اهمیت (Importance Sampling Method (ISM)) و روش نمونه‌گیری هایپرکیوب (Hypercube Sampling Method(HSM)) می‌باشند. در مسأله های توانایی اعتماد، شاخص توانایی اعتماد (Reliability Index) دارای اهمیت ویژه ای است. در این مقاله از روش‌های درجه اول به دلیل کارائی‌شان در بیشترمسأله‌های تحلیل توانایی اعتماد استفاده شده است. پانل موردبحث، دارای واحدهای باز منشوری، می‌باشد. نخست وزن پانل با توجه به قیدهای شکست و باکمک روش الگوریتم موروثی بهینه شده است. سپس با درنظر گرفتن عدم قطعیت در ابعاد هندسی وچگونگی توزیع متغیرهای تصادفی، نشان داده شده که قابلیت توانایی اعتماد در حل الگوریتم موروثی پائین و احتمال شکست بالا می باشد. به همین دلیل به افزایش توانایی اعتماد با روش‌های تحلیلی در پانل ساندویچی پرداخته شده است.

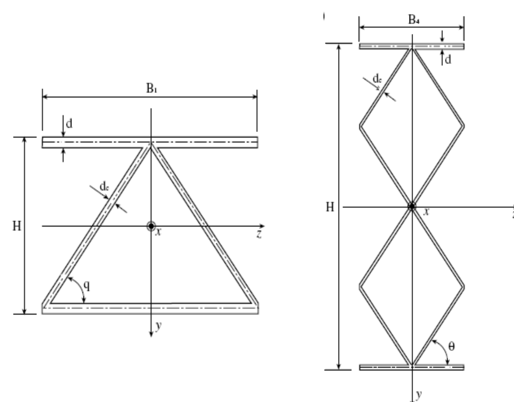
پانل ساندویچی با هسته های منشوری (Prismatic cores sandwich)

پانل‌های ساندویچی با هسته‌های منشوری ،سازه‌های جدید و مهمی به شمار می‌روند [1]. این پانل‌ها از هسته‌هائی تشکیل شده‌اند که دارای فضای خالی بوده و از شکل‌دهی ورق‌ها به وجود می‌آیند. در شکل (۱) پانل مورد نظروچگونگی بارگذاری آن نشان داده شده است. در این مقاله بارگذاری عرضی مورد بررسی قرارگرفته است. نامگذاری این پانل ها براساس شمار نیم موج های هسته می‌باشد. در شکل (۱) دو پانل با N=1 و N=4 نشان داده شده‌اند.



شکل ۱ پانل با هسته‌های منشوری و چگونگی بارگذاری آن [2]

صورت بندی مسأله هدف از بهینه‌سازی این پانل، کمینه کردن وزن سازه به ازای مقدار مشخص بارگذاری می‌باشد. زاویه قرار گرفتن صفحات هسته که در شکل (۲) با θ نمایش داده شده، برابر با $\theta = \tan^{-1}\sqrt{2} = 54.7^\circ$ در نظر گرفته شده‌است. زیرا استحکام برشی بالا در پانل های ساندویچی با هسته های منشوری دراین زاویه ایجاد می شود [7]. قیدهای طراحی عبارتند از: قیدهای تسلیم و کمانش در صفحات رویه و هسته.



شکل ۲ متغیرهای طراحی و محورهای مختصات اصلی [2]

متغیرهای طراحی بنابه شکل (۲) متغیرهای طراحی شامل H/l: (فاصله صفحات رویه)، d_c/l (ضخامت صفحات هسته) و d/l ، (ضخامت صفحات رویه) [2] می شوند.عامل ℓ به صورت نسبت $\ell = M/V$ تعریف می‌شود که رابطه مستقیم با طول بارگذاری دارد [1]. برای آسانی تحلیل مسأله دوعامل بی‌بعد $\Pi = 0.001$ و $\Psi = W/\rho\ell^2$ معرفی می‌شوند که در آن Π شاخص بارگذاری و بیانگر باروارد به سازه و Ψ بیانگر وزن سازه می‌باشد. W،M،V و E به ترتیب نیروی برشی بیشتر، لنگر خمشی بیشتر، وزن سازه در واحد عرض وضریب کشسانی هستند. ρ چگالی ماده تشکیل‌دهنده سازه است که دربیشتر این گونه پانل‌ها هسته و رویه‌ها هر دو از یک جنس ساخته می‌شوند. وزن سازه بنابه‌رابطه $W = 2\rho dl + N\rho d_c l/\cos\theta$ بیان می‌شود که درحالت بی‌بعد به صورت زیر خواهد بود [2]:

$$\psi = \frac{W}{\rho l^2} = 2\frac{d}{l} + \frac{N}{\cos\theta}\frac{d_c}{l} \qquad (۱)$$

قیدهای طراحی مربوط به تسلیم و کمانش اجزاء سازه برای بارگذاری عرضی به صورت زیر می‌باشند [2]:

قید تسلیم رویه(۲)
$$g_1 : 1 - \frac{V^2}{EM}\frac{E}{\sigma_y}\frac{1}{d}\left(\frac{H}{l} - \frac{d}{l}\right)^{-1} \geq 0$$

قید تسلیم هسته
$$g_2 : 1 - \frac{1}{N\sin\theta}\frac{V^2}{EM}\frac{E}{\sigma_y}\frac{1}{d_c} \geq 0$$

قید کمانش رویه
$$g_3 : 1 - \frac{48}{K_f\pi^2 N^2\tan^2\theta}\frac{V^2}{EM}\left(\frac{H}{l} - \frac{d}{l}\right)\left(\frac{l}{d}\right)^3 \geq 0$$

قیدکمانش هسته
$$g_4 : 1 - \frac{12}{K_c\pi^2 N^3\sin^3\theta}\frac{V^2}{EM}\left(\frac{H}{l} - \frac{d}{l}\right)^2\left(\frac{l}{d_c}\right)^3 \geq 0$$

در رابطه های (۲) σ_y تنش تسلیم و N درجه یا شمار نیم موج های هسته می‌باشند. K_f و K_c نیزبا رابطه های زیر بیان می‌شوند [2]:

$$K_f = \left(\frac{2.4\cos\theta(d_c/d)^3+1}{1.2\cos\theta(d_c/d)^3+1}\right)^2 \qquad (۳)$$

$$K_c = \begin{cases} 1.375\left(\frac{2.2+1.2(d/d_c)^3/\cos\theta}{1.6+0.6(d/d_c)^3/\cos\theta}\right)^2 & N=1 \\ 1.125 & N\geq 2 \end{cases} \qquad (٤)$$

صورت خلاصه مسأله بهینه‌سازی بدون درنظرگرفتن توانایی اعتماد به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Min} \quad \psi = 2\frac{d}{l} + \frac{N}{\cos\theta}\frac{d_c}{l} \qquad (۵)$$
$$\text{S.t}: g_i \geq 0 \quad i=1,2,3,4$$

حدود بالا و پائین متغیرهای طراحی نیز به صورت $0.001<d/l<0.01$ ، $0.0001<d_c/l<0.003$ و $0.01<H/l<0.2$ می‌باشند. با در نظر گرفتن توانایی اعتماد رابطه (۵) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{Min} \quad \psi = 2\mu_{d/l} + \frac{N}{\cos\theta}\mu_{d_c/l} \qquad (٦)$$
$$\text{S.t}: \text{Prob}(g_i<0) \leq P_{f,i} \quad i=1,2,3,4$$

$\mu_{d/l}$ و $\mu_{d_c/l}$ به ترتیب مقادیر متوسط d/l و d_c/l می‌باشند. عبارت دوم بیانگر احتمال شکست می‌باشد که باید از حد معینی کمتر شود یا به عبارت دیگر شاخص قابلیت اعتماد از حد معینی بیشترباشد. برای بهینه سازی از دو روش الگوریتم موروثی و قابلیت اعتماد استفاده شده، که روش الگوریتم موروثی برای حل مسئله‌ی (۵) و روش توانایی اعتماد برای حل مسئله‌ی (٦) به کار رفته است.

الگوریتم موروثی

الگوریتم موروثی بر روی مجموعه‌ای از جواب ها که جمعیت (Population) نامیده می‌شوند، انجام می شود. به علت مشکلات نمایش دودویی (Binary) کروموزوم‌ها، امروزه نمایش با اعداد حقیقی درحال گسترش هستند. یکی از تابع هایی که برای تعیین میزان شایستگی و برازش (Fitness) افراد جمعیت به کار می‌رود به صورت زیر می باشد:

$$F(x_i) = 2 - sp + 2(sp-1)\frac{i-1}{N_{pop}-1} \qquad (۷)$$

F تابع برازش، N_{pop} شمار افراد جمعیت و x_i فرد دارای مرتبه i در جمعیت می‌باشند. sp عددی بین صفر و یک است که برای تعیین گرایش انتخاب بهترین فرد به کار می‌رود. در بهترین فرد i=1 و در بدترین فرد $i = N_{pop}$ خواهد بود.

تقاطع (Crossover) و جهش (Mutation) دو عملگر مهم الگوریتم موروثی می‌باشند. رابطه زیر برای جهش در عددهای حقیقی پیشنهاد شده است:

$$x'_k = x_k + \Delta(t, x_k^{max} - x_k) \qquad (۸)$$
$$x'_k = x_k - \Delta(t, x_k - x_k^{min})$$

x_k^{max} بزرگترین مقدار مجاز متغیر x_k و x_k^{min} کوچک‌ترین مقدار مجاز آن می‌باشد. t تعداد نسل‌های تولید شده تا آن زمان است. $\Delta(t,y)$ مقداری بین صفر و y دارد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta(t,y) = yr\left(1-\frac{t}{T}\right)^b \qquad (۹)$$

T بیشینه شمار نسل‌ها است. b نیز یک عامل بزرگ تر از یک است که میزان یکنواختی را تعیین می‌کند.

الگوریتم طوری کار می‌کند که فرزندان، برازنده‌تر و قوی‌تر از والدینشان بوده و پاسخ بهتری برای مسأله بهینه‌سازی داشته باشند و این معنای تکامل است [9و۸].

توانایی اعتماد (Reliability)

درمسأله های مهندسی با دوگونه از متغیرها روبرو هستند: متغیرهای قطعی (Deterministic variables) و متغیرهای تصادفی (Random variables) کـه بـه ترتیـب بـا d و X نشان داده می شوند. تابع G(d,X) که تابعی ازهردوگونـه متغیر اسـت، تـابع حـد حالـت (LimitState Function) نامیده می‌شود. اگر $G(d,X) \le 0$ ناحیه شکست را معرفی کند، احتمال شکست به صورت زیر خواهد بود:

$$P_f = \int_{G(d,X)\le 0} f(x)dx \qquad (۱۰)$$

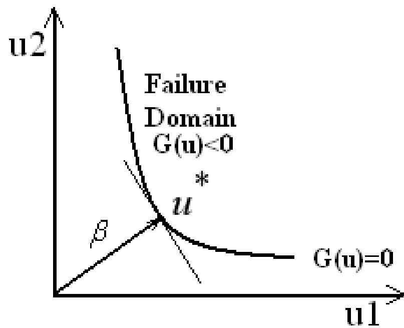
که f(x) تـابع چگـالی احتمـال (Probability Density Function) نام دارد [10]. شاخص توانایی اعتماد که با β نمایش داده می شود از رابطه $\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$ بـه دسـت مـی‌آیـد کـه $\Phi^{-1}(\bullet)$را وارون تـابع توزیـع تجمعـی (Cumulative Distribution Function (CDF)) بـرای متغیر، نرمال می نامنـد. در ادامـه روش تحلیلـی FORM برای حل تابع اولیه (۱۰) مورد بررسی قرار می گیرد.

روش توانـایی اعتمـاد درجـه اول (FORM) (First Order Reliability Method). شاخص توانـایی اعتمـاد پـارامتر مهمـی در FORM مـی‌باشـد. هاسـوفر و لینـد (Hasofer and Lind) (۱۹۷٤) شاخص توانایی اعتماد β را به صورت کوتاه‌ترین فاصله بین مبدأ و سـطح خرابـی در دسـتگاه مختصـات نرمـال (دسـتگاه مختصـاتی کـه متغیرهای اصـلی دارای مقـدار متوسـط صـفر و انحـراف معیار یک می‌باشند) تعریف کرده‌اند. برای این کـار ابتـدا متغیرها از فضای اصلی با تبـدیل زیـر بـه فضـای نرمـال می‌روند:

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{Xi}}{\sigma_{Xi}} \qquad i = 1,2,....,n \qquad (۱۱)$$

که در آن μ_{Xi} و σ_{Xi} به ترتیب مقـادیر متوسـط و انحـراف معیـار متغیـر X و n تعـداد متغیرهـای طراحـی می‌باشند. با این تبدیل تابع حـد حالـت G(X) از فضـای اصلی به تابع G(U) در فضـای نرمـال تبـدیل مـی شـود.

نقطه u^* که در شکل (۳) نشان داده شده نقطه با بیشترین احتمال شکست (MPP) نامیده می‌شود و بـر روی سـطح خرابی قرار دارد.



شکل ۳ فضای نرمال و نقطه با بیشترین احتمال شکست روی سطح خرابی

یافتن u^* منجر بـه حـل مسـأله بهینـه سـازی زیـر می‌شود:

$$\beta = \min\|U\| \qquad (۱۲)$$
$$S.t : G(u) = 0$$

بهینـه‌سـازی بـر اسـاس توانـایی اعتمـاد (RBDO) (Reliability Based Design Optimization (RBDO)).

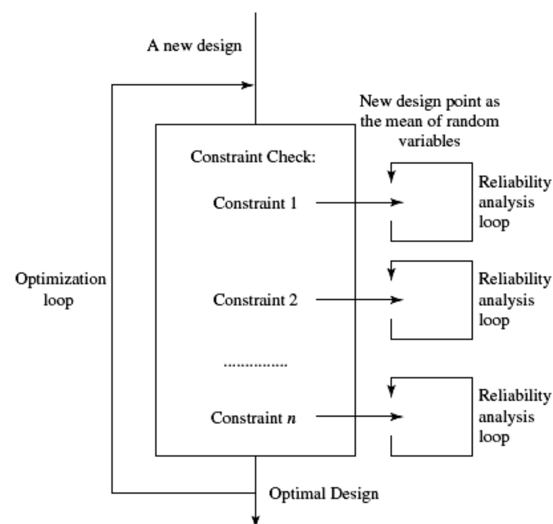
مسـأله هـای RBDO دارای دو صـورت کلـی هسـتند: صورت اول کمینه کردن وزن با قیدهای قابلیت اعتمـاد و دیگری بیشینه کردن توانایی اعتماد با قید وزن مـی‌باشـند [11,12]. در این مقاله صورت اول بررسی می شود. شکل کلی صورت مسئله RBDO به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min} \;\; f(d)$$
$$S.t : P(G_i(d,X) < 0) \le P_{f,i} \;\; i = 1,2,..n \qquad (۱۳)$$

که f(d) تابع هدف، d بردار متغیرهـای قطعـی، X بـردار متغیرهـای تصـادفی، $P(G_i(d,X) < 0)$ احتمـال شکست قید G_i است و $P_{f,i}$ احتمال شکسـت مـورد نظـر بـرای قیـد مربـوط بـه آن و n شـمار قیـدهای شکسـت می‌باشد. این رابطه سازی بر این حقیقت استواراسـت کـه

توانایی اعتماد سیستم تابعی از توانایی اعتماد مودهای شکست آن می‌باشد [13]. مسئله مورد نظر در این مقاله که با رابطه (٦) بیان شد، با سه روش حل شده است. در ادامه به توضیح کوتاهی از این روش‌ها پرداخته می شود.

حل مسئله RBDO. روش‌ها و الگوریتم‌های متفاوتی برای حل مسئله با روش توانایی اعتماد ارائه شده‌اند. این روش‌ها به سه دسته کلی روش تودرتو (Nested method)، روش پی درپی (Sequential method) و روش تک حلقه‌ای (Single loop method) تقسیم می‌شوند که هرروش دارای برتری ها و کاستی های خود می‌باشد [11,14]. روش مورد استفاده در این مقاله روش تودرتو است. این روش دارای دو حلقه بوده که حلقه داخلی جهت محاسبه توانایی اعتماد باکمک از FORM و حلقه خارجی حل بهینه را براساس توانایی اعتماد تعیین می‌کند.نمودار جریان این روش در شکل (٤) نشان داده شده است.



شکل ٤ نمودار جریان حل مسئله RBDO با روش تودرتو

برای بررسی توانایی اعتماد در حلقه داخلی دو روش به کارمی رود. اولین روش از توانایی اعتماد درجه اول به صورت مستقیم عهده می گیرد.براین اساس رابطه (۱۳) به صورت زیر در می‌آید:

$$\text{Min} \quad f(d)$$
$$i = 1,2,..n \quad S.t: \beta_i \geq \beta_{t,i} \quad (١٤)$$

که d بردار متغیرهای طراحی است واحتمال قابل قبول $P_{f,i}$ تبدیل به شاخص توانایی اعتماد قابل قبول $\beta_{t,i}$ شده که این تبدیل با کمک رابطه $\beta_{t,i} = -\Phi^{-1}(P_{f,i})$ انجام می‌گیرد. β مربوط به هر قید نیزبا مسأله بهینه‌سازی رابطه (۱۲) که با روش تکراری قابل حل است، محاسبه می شود. روش فوق را با عنوان روش RIA (Reliability Index Approach) می شناسند [10]. روش دوم در بررسی توانایی اعتماد وارون روش RIA هست و رابطه (۱۳) به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\text{Min} \quad f(d) \quad (١٥)$$
$$S.t: G^*(d,X) \leq 0$$

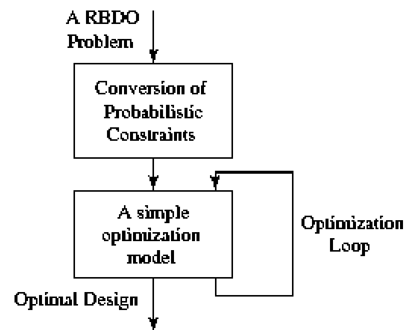
که G^* از حل مسئله بهینه سازی زیر به دست می‌آید:

$$\text{Max} \quad G(d,u) \quad (١٦)$$
$$S.t: \|u\| = \beta_t$$

نقطه u به دست آمده از حل فوق نیز یک نقطه MPP نامیده می‌شود. این روش با عنوان روش PMA (Performance Measure Approach) شناخته شده است. حل مسأله بهینه‌سازی (١٦) نیزبا روش‌های تکراری انجام می شود. روش‌های مقدار متوسط پیشرفته (Advanced Mean Value(AMV))، مقدار متوسط تجمعی (Conjugate Mean Value(CMV)) و مقدار متوسط ترکیبی (Hybrid Mean Value(HMV)) از جمله مهمترین این روش‌ها می‌باشند. در این مقاله ازروش مقدار متوسط ترکیبی برای حل (١٦) استفاده شده است [6].

روش سوم مورد استفاده دراین مقاله برای حل مسأله RBDO که در شکل (۵) نشان داده شده، روش فضای طراحی مطمئن (Reliable Design Space(RDS)) می‌باشد که این گونه مسأله ها را به یک مسأله ساده و معمولی در بهینه‌سازی تبدیل می‌کند. روش حاضر با رابطه سازی دوباره مسأله بهینه‌سازی باهدف اعتماد از بدآورده

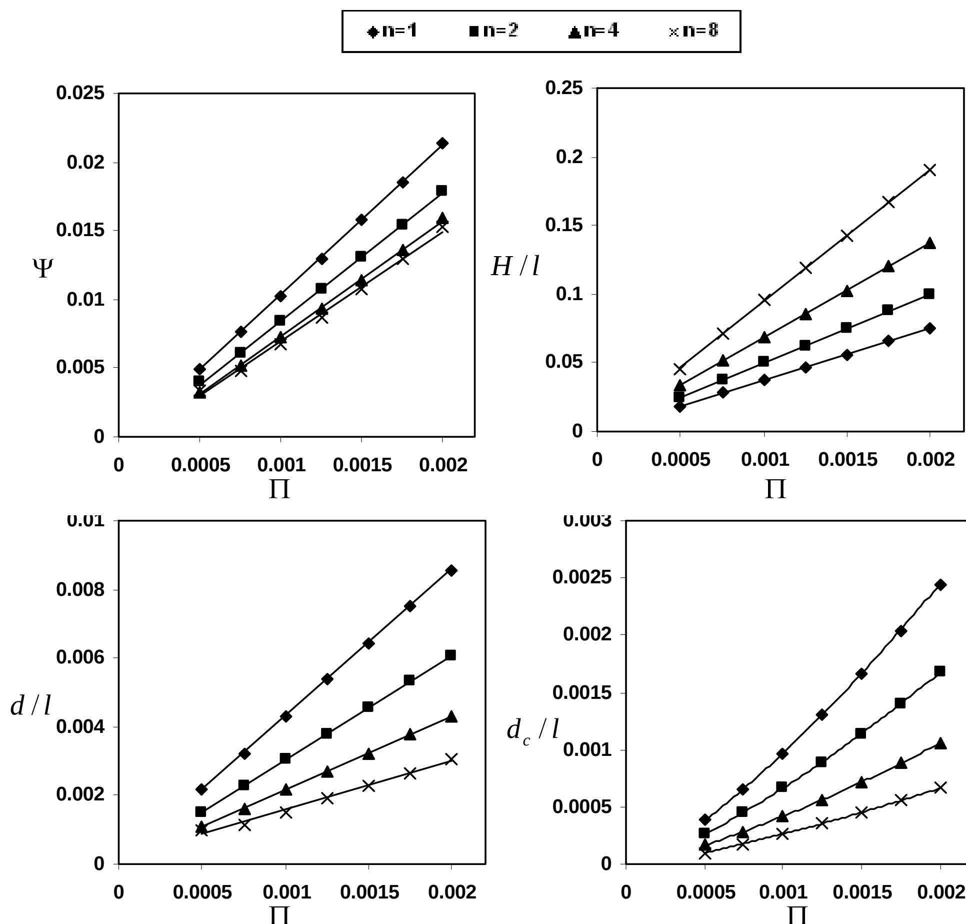
شدن سطح ایمنی مورد نظر و ایجاد یک فضـای طراحـی مطمئن آغـاز مـی شـود و سـپس کارهـای بهینـه سـازی صورت می پذیرد [15].



شکل ۵ نمودار جریان حل مسأله RBDO با روش RDS [15]

بحث ونتیجه گیری

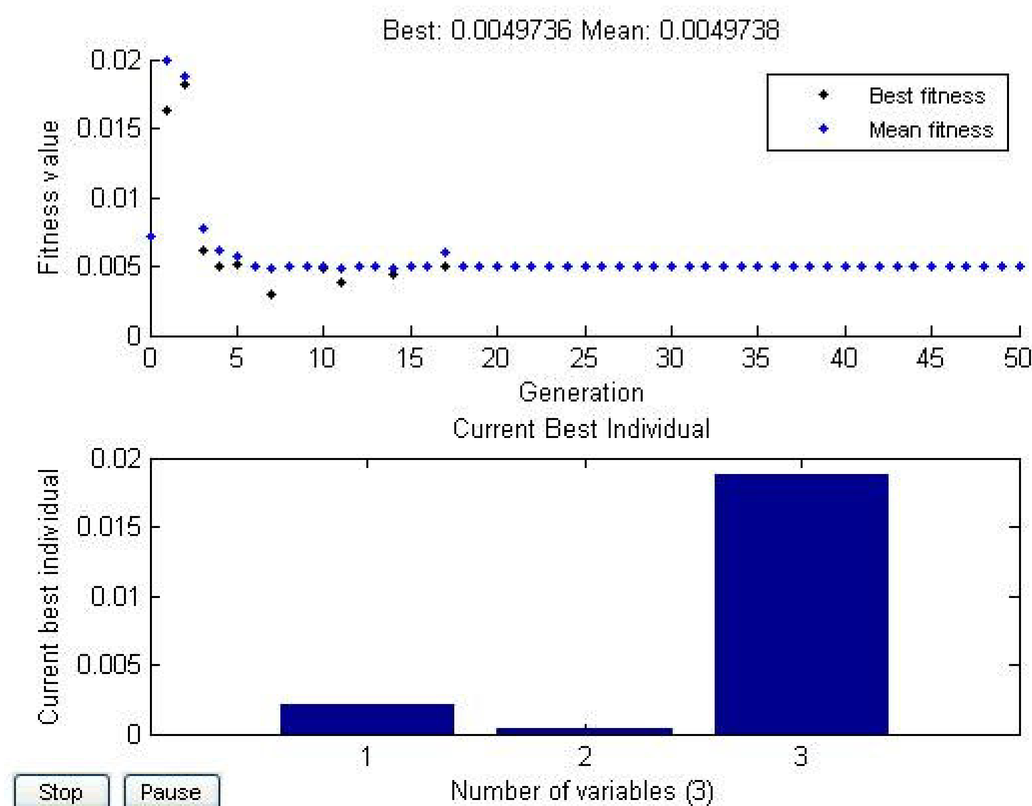
بهینه‌سازی الگوریتم موروثی. نخست حل مسـأله بـدون درنظر گرفتن توانایی اعتماد (رابطه (۵)) بررسی می شود. در حل این مسـأله از روش الگـوریتم مـوروثی موجـود در بسته نرم افزاری مطلـب (MATLAB software) اسـتفاده شده است که نتیجه های حاصل در نمودارهای شکل (٦) نشان داده شده است. پانل با شمارآرایه مشـخص (N=1، N=2، N=4 و N=8) به ازای مقدارهای مختلف بار (Π) در نظر گرفته شده و سبک وزن‌ترین پانـل (Ψ) کـه بـار وارده معین را تحمل می‌کند پیدا می‌شود.



شکل ٦ نمودارهای وزن، ضخامت پانل، ضخامت رویه و ضخامت هسته برحسب شاخص بار برای مقادیر مختلف n

آلیاژ به کـار رفتـه، آلومینیـوم بـا $\sigma_y / E = 0.007$ مـی‌باشـد. شـمارجمعیت، تعـداد تکـرار (Generation)، احتمال پیوند (Crossover probability) به ترتیـب ۱۰ و ۵۰ و ۰/۷ و نوع انتخاب چرخ رولـت (Roulette wheel) مـی‌باشـند. تـابع پیونـد پراکنـده (Scattered crossover function) و تـابع جهـش گـوس (Gaussian mutation function) نیز دوعامـل دیگـر مـورد نظـر هسـتند. ایـن مقدارها با بررسی پارامترهـای مختلـف بـه دسـت آمـده است، به عنوان نمونه شکل (۷) نشـان دهنـده مقـدارهای متغیرها و تابع هدف، براساس تکرار برای مقدارهای بـالا می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود الگـوریتم بـا ایـن شمارجمعیت توانسته در تکرار پـایینی بـه جـواب بهینـه برسد، برای سـایر مـوارد نیـز الگـوریتم بـه نتیجـه هـای مشابهی دست یافته است.

مشاهده می‌شود با افزایش شـمارآرایه‌هـا مـی‌تـوان وزن بهینه را کاهش داد. همچنین با افزایش شمارآرایه‌هـا، نرخ افزایش وزن به ازای افـزایش بـار کـاهش مـی‌یابـد. افزایش تعـداد آرایـه هـا از N=1 تـا N=4 کـاهش قابـل توجهی را در وزن ایجاد می کند در حالی که بـا افـزایش N=4 تا N=8 این کـاهش کمتـر مـی‌شـود.بـا افـزایش N ضخامت بهینه هسته و رویه کاهش و ارتفـاع کلـی پانـل افزایش می یابد. پانل با هسته لوزی شـکل (N=4) دارای کارائی سازه‌ای قابل توجه نسبت به پانـل بـا هسـته تـک آرایه‌ای (N=1) با توجه به اینکه ضخامت هسـته کمتـری دارد، می‌باشد.



شکل ۷ نمودار تکاملی الگوریتم موروثی برای بار $\Pi=0.0005$ و n=1

بهینه‌سازی روش قابلیت اعتماد. همانطور که گفته شد در بهینه‌سازی بر اساس توانایی اعتماد، متغیرها دارای عدم قطعیت می‌باشند. متغیرهای تصادفی به همراه پارامترهای آن ها و چگونگی توزیع آن ها در جدول (۱) نشان داده شده اند. با استفاده از این جدول و روش‌های توانایی اعتماد، احتمال شکست برای چندین مورد از نتیجه های حاصل از حل الگوریتم ژنتیک در هر قید محاسبه و در جدول (۲) نشان داده شده است.

نتیجه های جدول (۲) نشان می دهد به علت عدم قطعیت در مسأله های مهندسی، احتمال شکست در نتیجه‌های حاصل از بهینه‌سازی بدون درنظر گرفتن توانایی اعتماد، بسیار بالا خواهد بود. بنابراین با استفاده از روش‌های بیان شده توانایی اعتماد در سیستم را بالا می‌بریم.

با پائین آمدن شاخص توانایی اعتماد انتظار می‌رود نتایج حاصل از توانایی اعتماد به نتیجه های حل مسأله بدون درنظرگرفتن توانایی اعتماد نزدیک شود. در جدول (۳) مقدار $W/\rho l^2$ برای دو مقدار β و مقدارهای مختلف Π و N برای سه روش بیان شده‌اند. مشاهده می‌شود که با کاهش توانایی اعتماد نتیجه های سه روش به نتایج حل الگوریتم موروثی نزدیک می‌شوند که دلیل بر درستی سه روش مورد بحث می‌باشد.

جدول ۱ مقدارهای انحراف معیار متغیرهای تصادفی

متغیر تصادفی	انحراف معیار	توزیع
d/l	0.0026	نرمال
d_c/l	0.00084 Gpa	نرمال
H/l	0.01 Mpa	نرمال

جدول ۲ احتمال شکست نتیجه های حاصل از حل الگوریتم موروثی در هر قید

n	Π	d/L	d_c/L	H/L	قید اول	قید دوم	قید سوم	قید چهارم
1	0.0005	0.00215	0.00038	0.01872	50%	34%	50%	50%
2	0.001	0.00304	0.00067	0.04997	50%	25%	50%	50%
4	0.0015	0.00322	0.00072	0.1028	50%	23%	50%	50%
8	0.002	0.00305	0.00066	0.19039	50%	25%	50%	50%

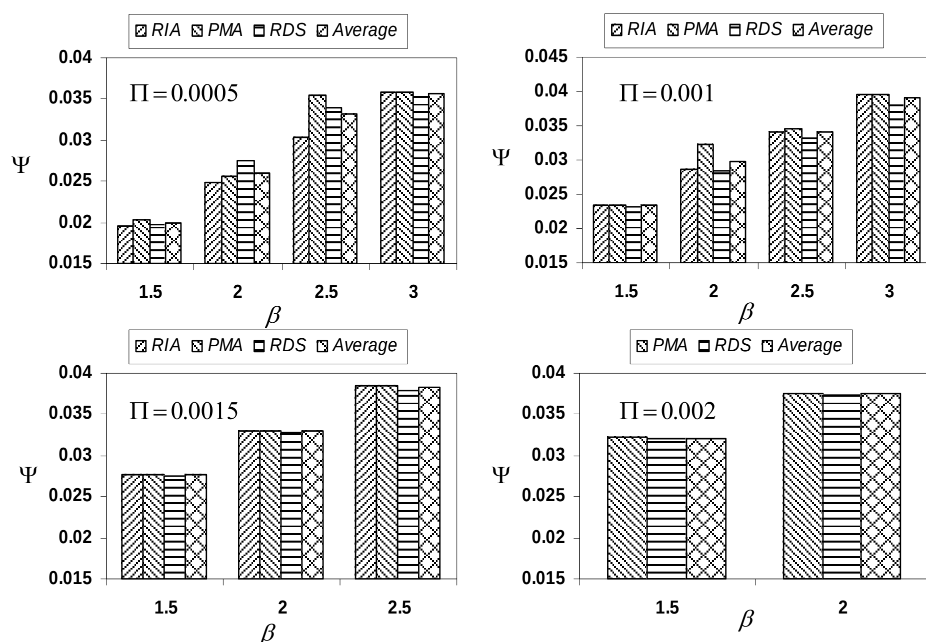
جدول ۳ مقادیر $W/\rho l^2$ برای چند بارگذاری و مقادیر مختلف n و دو مقدار β

روش	Π n	$\beta_i = 0.1 , P_{f,i} = 46\%$	$\beta_i = 0.01 , P_{f,i} = 49\%$	حل الگوریتم موروثی
RIA	$\Pi = 0.001$ $N = 4$	0.008286	0.007302	0.007193
PMA	$\Pi = 0.0005$ $N = 1$	0.005656	0.005219	0.004974
RDS	$\Pi = 0.002$ $N = 8$	0.020836	0.016552	0.015249

مقایسه سه روش RIA و PMA و RDS. بهینه‌سازی با درنظرگرفتن سطحی از توانایی اعتماد در هرقید با سه روش، توسط تابع fmincon نرم افزار مطلب انجام شده است. صورت دیگر قید رابطه (۱۳) می‌تواند به صورت $\beta_i \geq \beta_{t,i}$ بیان شود.بهینه سازی به گونه ای انجام می‌گیرد تا کمترین سطح توانایی اعتماد را که با $\beta_{t,i}$ نشان داده می شود، در هر قید برآورده سازد. از حل الگوریتم موروثی این نتیجه حاصل شد که پانل با N=4 دارای کارائی بهتری است. بنابراین مقایسه این سه روش روی این پانل انجام می‌شود. جدول (٤) مقایسه این سه روش را نشان می دهد که برای بارگذاری‌ها و شاخص‌های قابلیت مختلف؛ متغیرها، وزن، شاخص قابلیت اعتماد هر قید، تعداد تکرار و محاسبات؛ آورده شده است. در شکل (۸) نتیجه بهینه وزن حاصل از حل مسأله نشان داده شده است. در هر بارگذاری با افزایش توانایی اعتماد، وزن پانل نیز افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش بارگذاری نتیجه های سه روش نیز به یکدیگر بسیار نزدیک می‌شوند. ستون چهارم مقدار میانگین سه روش می‌باشد. روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون (PMA) مقدارهای به نسبت بیشتر، روش فضای طراحی مطمئن (RDS) مقدارهای نسبت کمتر و روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم (RIA) مقدارهایی که به صورت با مقدار میانگین برابرند ارائه داده‌اند و دلیل آن در جدول (۵) نشان داده شده است. همان طور که بیان شد صورت دیگر قید رابطه (۱۳) به صورت $\beta_i \geq \beta_{t,i}$ می باشد. بنابراین با درنظر گرفتن $\beta_{t,i}$ به عنوان کمترین توانایی اعتماد در هرقید، پس از بهینه‌سازی چهار مقدار β که مربوط به شاخص توانایی اعتماد بر آورده شده در هرقید می‌باشند، حاصل خواهند شد. در جدول (۵) به عنوان مثال دو بارگذاری مختلف به همراه دو مقدار متفاوت برای $\beta_{t,i}$، و مقادیر β_1، β_2، β_3 و β_4 به عنوان شاخص توانایی اعتماد بر آورده شده در هر قید آمده شده است.

جدول ٤ مقایسه سه روش RIA و PMA و RDS برای پانل n=4

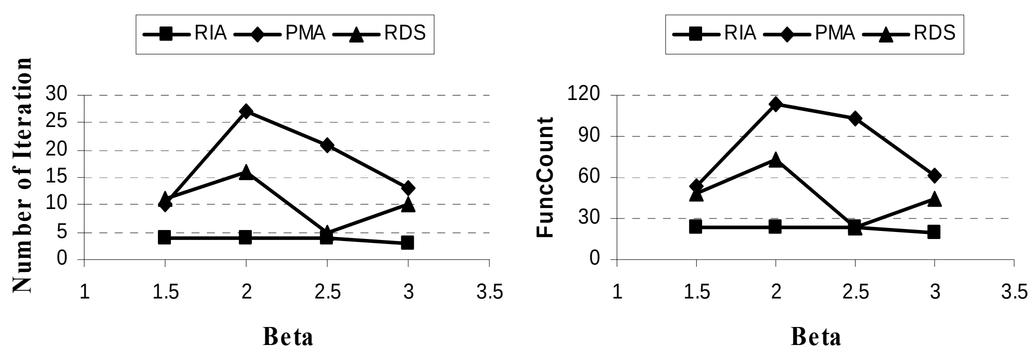
beta	Π	Method	d/L	dc/L	H/L	W/pl^2	β_1	β_2	β_3	β_4	iteration	FUNCUNT
$\beta=1.5$	0.0005	RIA	0.004711	0.00145	0.045404	0.019462	1.5	1.7	1.5	1.5	6	34
		PMA	0.005382	0.001385	0.026793	0.02035	1.5	1.6	1.8	1.5	18	101
		RDS	0.004595	0.001525	0.036997	0.019742	1.4	1.8	1.5	1.7	6	28
	0.001	RIA	0.005812	0.0017	0.077376	0.023392	1.5	1.97	1.5	1.5	4	24
		PMA	0.005812	0.0017	0.077376	0.023392	1.5	1.97	1.5	1.5	10	54
		RDS	0.00576	0.001681	0.075882	0.023156	1.46	1.95	1.48	1.48	11	48
	0.0015	RIA	0.006934	0.001994	0.109845	0.027669	1.5	2.25	1.5	1.5	3	19
		PMA	0.006934	0.001994	0.10985	0.027669	1.5	2.3	1.5	1.5	35	181
		RDS	0.006906	0.001985	0.10924	0.027552	1.48	2.2	1.49	1.49	13	56
	0.002	RIA	جواب نداد									
		PMA	0.008024	0.002328	0.14357	0.032162	1.5	2.5	1.5	1.5	14	75
		RDS	0.008008	0.002322	0.143222	0.032093	1.49	2.5	1.49	1.49	12	53
$\beta=2$	0.0005	PMA	0.006307	0.001867	0.031408	0.02554	1.9	2.2	2.16	2	51	214
		RDS	0.006233	0.002172	0.104824	0.0275	2.3	2.6	1.99	2.2	26	108
	0.001	RIA	0.006967	0.00214	0.083497	0.028749	2	2.5	2	2	4	24
		PMA	0.006967	0.00214	0.083497	0.028749	2	3.1	2	2.6	27	113
		RDS	0.00688	0.002123	0.079021	0.028457	1.93	2.5	1.98	2	16	73
	0.0015	RIA	0.008103	0.002432	0.114652	0.03304	2	2.77	2	2	4	24
		PMA	0.008103	0.002432	0.114652	0.03304	2	2.77	2	2	26	140
		RDS	0.008044	0.002411	0.113214	0.032779	1.96	2.7	1.98	1.98	21	104
	0.002	RIA	جواب نداد									
		PMA	0.009213	0.002763	0.14752	0.037553	2	3	2	2	13	57
		RDS	0.009175	0.002751	0.146783	0.037395	1.98	3	1.99	1.99	15	82
$\beta=2.5$	0.0005	RIA	0.007279	0.00229	0.047475	0.030406	2.5	2.7	2.5	2.5	5	30
		PMA	0.007279	0.00229	0.047475	0.030406	2.49	3.5	2.6	3.3	16	74
		RDS	0.00736	0.002765	0.036031	0.033863	2.36	3.27	2.5	3.1	8	37
	0.0015	RIA	0.008162	0.002576	0.088554	0.034157	2.5	3	2.5	2.5	4	24
		PMA	0.008652	0.002499	0.070187	0.034604	2.5	2.92	2.7	2.5	21	103
		RDS	0.00806	0.002468	0.076379	0.033206	2.3	2.9	2.49	2.42	5	24
	0.002	RIA	0.009256	0.002874	0.120564	0.038409	2.5	3.3	2.5	2.5	4	24
		PMA	0.009256	0.002874	0.120564	0.038409	2.5	3.3	2.5	2.5	15	65
		RDS	0.009166	0.002833	0.117013	0.037943	2.4	3.3	2.47	2.47	14	61
$\beta=3$	0.0005	RIA	0.008576	0.002707	0.047835	0.035889	3	3.2	3	3	5	30
		PMA	0.008545	0.002696	0.042485	0.035749	2.94	3.2	3	3	11	54
		RDS	0.008213	0.002712	0.040248	0.035201	2.74	3.2	2.88	3	35	144
	0.0015	RIA	0.009424	0.003	0.090686	0.039614	3	3.5	3	3	3	19
		PMA	0.009424	0.003	0.090686	0.039614	3	3.5	3	3	13	61
		RDS	0.009246	0.002802	0.070742	0.037888	2.7	3.3	2.98	2.86	10	45



شکل ۸ مقایسه وزن حاصل شده از سه روش برای مقادیر مختلف Π و β در پانل N=4

جدول ۵ شاخص توانایی اعتماد تأمین شده در مورد هر قید

بار و β	روش	Ψ	β_1	β_2	β_3	β_4
$\Pi = 0.001$ $\beta_{t,i} = 2.5$	RIA	0.034157	2.5	3	2.5	2.5
	PMA	0.034604	2.5	2.92	2.7	2.5
	RDS	0.033206	2.3	2.9	2.49	2.42
$\Pi = 0.0005$ $\beta_{t,i} = 1.5$	RIA	0.019462	1.5	1.7	1.5	1.5
	PMA	0.02035	1.5	1.6	1.8	1.5
	RDS	0.019742	1.4	1.8	1.5	1.7

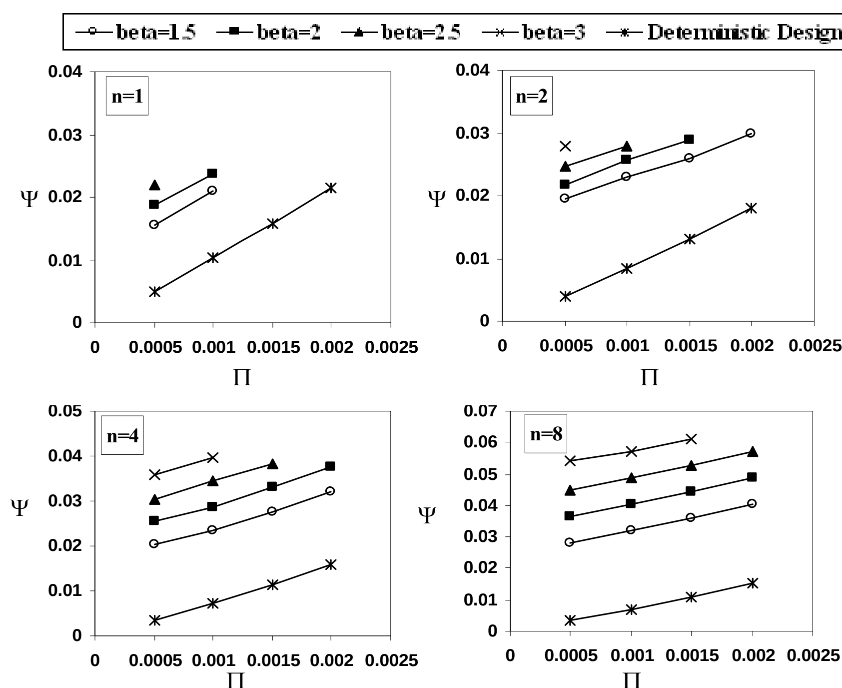


شکل ۹ مقایسه تعداد تکرارها و تعداد محاسبات در سه روش

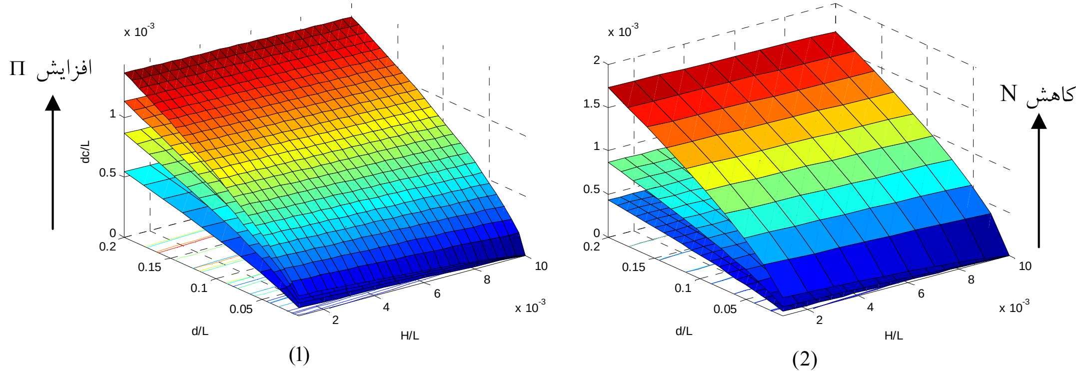
همانطور که مشخص است روش فضای طراحی مطمئن و روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون به ترتیب مقادیر توانایی اعتماد کمتر و بیشتری را نسبت به آنچه موردنظر بوده در بعضی قیدها ارائه کرده‌اند و مطابق شکل (۸) مقادیر کمتر شاخص توانایی اعتماد متناسب با مقادیر کمتر وزن خواهند بود. جهت مقایسه تعداد محاسبات و تعداد تکرارها در سه روش، دو نمودار شکل (۹) در پانل N=4 و به ازای شاخص بار $\Pi = 0.001$ ارائه شده اند. در سایر موارد نیز نمودارهای تقریباً مشابهی حاصل شده است. مشاهده می‌شود که روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم تعدادمحاسبات و تکرارهای کمتری نسبت به دو روش دیگر دارد. اما قابل ذکر است که برخلاف دو روش دیگر این روش در بعضی موارد در یافتن جواب مسئله ناتوان بوده است.

نمودارهای Ψ برحسب Π برای مقادیر مختلف β و N.

در شکل (۱۰) نمودارهای وزن بر حسب بار برای چند مقدار β و پانل با N متفاوت رسم شده است. مقادیر ۱/۵، ۲، ۲/۵ و ۳ برای شاخص توانایی اعتماد در نظرگرفته شده است. به ازای هر مقدار β مقدار وزن بهینه در بارگذاری ها و پانل با N متفاوت به دست آمده است.در پانل با N=1 سطوح توانایی اعتماد پائینی به دست آمده است. به خصوص در بارهای بالاتر حتی کمترین سطح توانایی اعتماد ($\beta = 1.5$) را نیز نمی‌توان تأمین کرد. به تدریج با افزایش N سطوح توانایی اعتماد بالاتری قابل دستیابی است. مقایسه بین دو پانل با N=4 و N=8 نشان می‌دهد پانل با N=8 قادر است سطوح توانایی اعتماد بیشتری را در بارهای مختلف تامین نماید. به عنوان نمونه در $\Pi = 0.002$ و $\beta = 2.5$ فقط پانل N=8 دارای جواب بوده است. به عنوان نمونه‌ای دیگر در بار $\Pi = 0.0015$ و $\beta = 3$ تنها این پانل (N=8) سطح اعتماد موردنظر را تأمین نموده است. اما با توجه در شکل (٦) ضخامت کلی این پانل($H/1$) بیشتر می‌باشد.



شکل ۱۰ نمودارهای وزن برای مقادیر مختلف Π، β و n



شکل ۱۱ (۱) قید چهارم برای n=4 و بارهای مختلف. (۲) قید چهارم برای بار ثابت و چند مقدار N

نمودارهای سه بعدی تغییرات Π و N بر حسب متغیرها با اعمال قید چهارم. برای آن که نشان دهیم چرا در مقادیر N پائین و مقادیر شاخص بار (Π) بالاتر، تأمین سطح اعتماد موردنظر سخت تر است، قید چهارم رابطه (۲) در دو حالت در شکل (۱۱) رسم شده است. نواحی بالائی رویه ها نواحی قابل قبول هستند. شکل (۱۱-۱) اثر افزایش بار در پانل با N=4 و شکل (۱۱-۲) اثر کاهش N در بار ثابت را روی اندازه ناحیه قابل قبول نشان می دهند. با توجه به این شکل مشاهده می شود با افزایش بار و کاهش N، ناحیه قابل قبول کمترشده و بنابراین تامین سطح توانایی اعتماد در بارهای بالاتر و مقادیر پائین N مشکل تر خواهد بود.

جمع بندی

در این مقاله بهینه سازی وزن پانل ساندویچی با هسته منشوری مورد بررسی قرار گرفت. ابتدا با استفاده از الگوریتم موروثی وزن بهینه با توجه به قیود شکست برای بارگذاری ها و تعداد آرایه‌های مختلف هسته به دست آمد؛ سپس با استفاده از سه روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم، روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون و روش طراحی فضای مطمئن به بالابردن توانایی اعتماد در طراحی پرداخته شد. نتایج زیر در این مقاله حاصل شده اند:

۱. با افزایش تعداد نیم موج های هسته، وزن بهینه پانل کاهش می‌یابد.
۲. با درنظر گرفتن توانایی اعتماد، نتایج حل الگوریتم موروثی دارای احتمال شکست بالا و شاخص توانایی اعتماد پائینی بوده و باید توانایی اعتماد را با استفاده از روش‌های بهینه سازی بر اساس توانایی اعتماد، بالا برد.
۳. روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت مستقیم در تأمین شاخص توانایی اعتماد موردنظر در بعضی موارد ناتوان می‌باشد. از طرفی دیگر این روش در مواردی که دارای جواب بوده، با تعداد تکرارهای کمتری نسبت به دو روش دیگر، جواب بهینه را نتیجه داده است.
٤. دو روش تودرتو با تحلیل توانایی اعتماد به صورت وارون و روش طراحی فضای مطمئن در تمام موارد دارای جواب بودند اما به نسبت تعداد تکرارها در این دو روش بیشتر می باشند.
٥. پانل با N=4 در بهینه سازی قطعی و عدم لحاظ توانایی اعتماد، بهترین پانل می‌باشد.
٦. با درنظر گرفتن توانایی اعتماد، پانل با N=8 در مقایسه با پانل با N=4 اگر محدودیت فضائی در طراحی وجود نداشته باشد، در تأمین شاخص توانایی اعتماد به خصوص در بارهای بالاتر کارائی بهتری خواهد داشت.

مراجع

1. Haydn, N., Norman, A. and Anthony, G., "Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures", *Composites Science and Technology*, Vol. 63, Issue. 16, pp. 2331-2343, (2003).
2. Valdevit, L., Hutchinson, J. and Evans, A., "Structurally optimized sandwich panels with prismatic cores", *International Journal of Solid sand Structures,* Vol. 41, Issue. (18-19), pp. 5105-5124, (2004).
3. Zok, F., Waltner, S., Wei, Z., Rathbun, H., McMeeking, R. and Evans, A., "A protocol for characterizing the structural performance of metallic sandwich panels; application to pyramidal truss cores", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 41, Issue. (22-23), pp. 6249-6271, (2004).

٤. فریدون ،ع(مترجم) ، تحلیل توانایی اعتماد و طراحی ساختمان ها ، انتشارات دانشگاه سمنان ، (۱۳۷۹).

5. Ikjin, L., Choi, K., Liu, D. and Gorsich, D., "Inverse analysis method using MPP-based dimension reduction for reliability-based design optimization of nonlinear and multi-dimensional systems", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*,Vol. 198, Issue. 1, (2008).
6. Frangopol, D., Maute, K., "Life-cycle reliability-based optimization of civil and aerospace structures", *Computers and Structures*, Vol. 81, Issue. 7, pp. 397–410, (2003).
7. Gu, S., Lu, T. and Evans, A., "On the design of two-dimensional cellular metals for combined heat dissipation and structural load capacity", *Int. J. Heat Mass Transfer,* Vol. 44, Issue.11, pp. 2163–2175, (2001).

۸. رضایی، ع(مولف)، آموزش کاربردی الگوریتم موروثی در نرم افزار MATLAB ، انتشارات آذر، تهران، (۱۳۸٦).

9. Tan, X. and Soh, A., "Multi-objective optimization of the sandwich panels with prismatic cores using genetic algorithms", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 44, Issue.17, pp. 5466–5480, (2007).
10. Gengdong, C., Lin, X., Jiang, L. "A sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization", *Computers and Structures*, Vol. 84, Issue. 21, pp. 1353–1367, (2006).
11. Mazen, A., "Reliability-based Design Optimization of a nonlinear Elastic Plastic Thin-Walled T-Section Beam", Doctor degree thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA, (2004).
12. Rahman, S., Wei, D., "A univariate approximation at most probable point for higher-order reliability analysis", *International Journal of Solids and Structures,* Vol. 43, Issue.9, pp. 2820–2839, (2006).
13. Aoues, Y. and Chateauneuf, A., "Reliability-based optimization of structural systems by adaptive target safety – Application to RC frames", *Structural Safety*, Vol. 30, Issue.2, pp. 144–161, (2008).
14. Youn, B., "Integrated Framework for Design Optimization Under aleatory And/or epistemic Uncertainties Using Adaptive-Loop Method", *ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers,* (2005).
15. Shan, S. and Wang, G., "Reliable design space and complete single-loop reliability-based design optimization", *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 93, Issue.8, pp. 1218–1230, (2008).